Al infinito y más alla.

¿Qué pasa en tiempo continuo?

Al infinito y más alla.

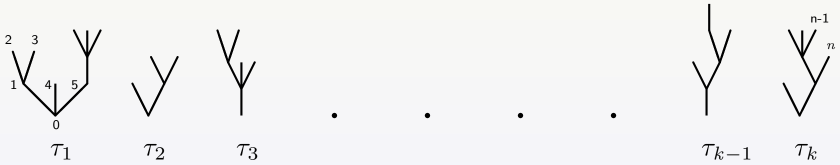
¿Qué pasa en tiempo continuo?

Supngamos que tenemos una sucesión de árboles aleatorios $(\mathbf{t}_n)_{n\geq 1}$, la cual llamaremos bosque.

Al infinito y más alla.

¿Qué pasa en tiempo continuo?

Supngamos que tenemos una sucesión de árboles aleatorios $(\mathbf{t}_n)_{n\geq 1}$, la cual llamaremos bosque.



Bosque con k árboles y n vértices.

Asociado al bosque, tenemos una sucesión de funciones de altura $(h_{\mathbf{t}_n})_{n\geq 1}$ la cual vamos a concatenar.

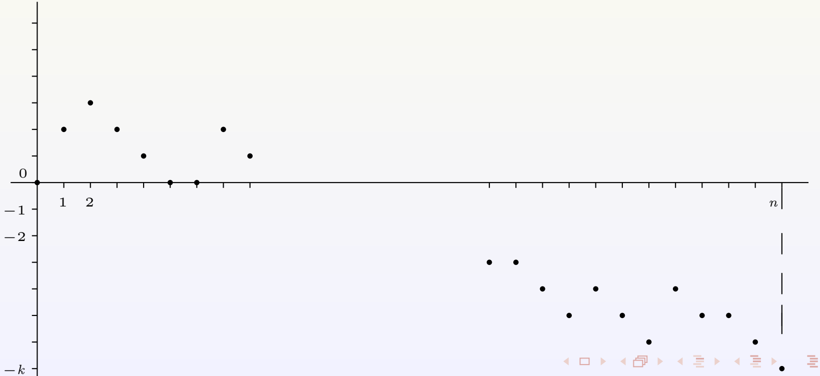
Asociado al bosque, tenemos una sucesión de funciones de altura $(h_{\mathbf{t}_n})_{n\geq 1}$ la cual vamos a concatenar.

De manera similar vamos a concatenar sus trayectorias de Lukasiewicz y obtenemos una caminata aleatoria $S = (S_n)_{n\geq 1}$ que oscila o deriva hacia $-\infty$.

Asociado al bosque, tenemos una sucesión de funciones de altura $(h_{\mathbf{t}_n})_{n\geq 1}$ la cual vamos a concatenar.

De manera similar vamos a concatenar sus trayectorias de Lukasiewicz y obtenemos una caminata aleatoria $S = (S_n)_{n\geq 1}$ que oscila o deriva hacia $-\infty$.

Caminata aleatoria S



El Teorema de Donsker me dice que bajo la condición

$$\sum_{k \geq 0} k^2 \mu(k) < \infty,$$

y bajo un rescalamiento adecuado en tiempo y espacio, la caminata aleatoria S rescalada converge a un movimiento browniano $B = (B_t, t \geq 0)$.

El Teorema de Donsker me dice que bajo la condición

$$\sum_{k\geq 0} k^2\mu(k) < \infty,$$

y bajo un rescalamiento adecuado en tiempo y espacio, la caminata aleatoria S rescalada converge a un movimiento browniano $B = (B_t, t \geq 0)$.

Galton-Watson $\rightarrow$ Difusión de Feller

$$X_t = X_0 + \int_0^t \sqrt{2\sigma^2} X_s \mathrm{d}B_s, \qquad t \geq 0.$$

El Teorema de Donsker me dice que bajo la condición

$$\sum_{k\geq 0} k^2\mu(k) < \infty,$$

y bajo un rescalamiento adecuado en tiempo y espacio, la caminata aleatoria S rescalada converge a un movimiento browniano $B = (B_t, t \geq 0)$.

Galton-Watson $\rightarrow$ Difusión de Feller

$$X_t = X_0 + \int_0^t \sqrt{2\sigma^2 X_s}\mathrm{d}B_s, \qquad t \geq 0.$$

Función de altura $\rightarrow |B_t|,\ t \geq 0$, mov. browniano reflejado en 0.

El Teorema de Donsker me dice que bajo la condición

$$\sum_{k\geq 0} k^2\mu(k) < \infty,$$

y bajo un rescalamiento adecuado en tiempo y espacio, la caminata aleatoria S rescalada converge a un movimiento browniano $B = (B_t, t \geq 0)$.

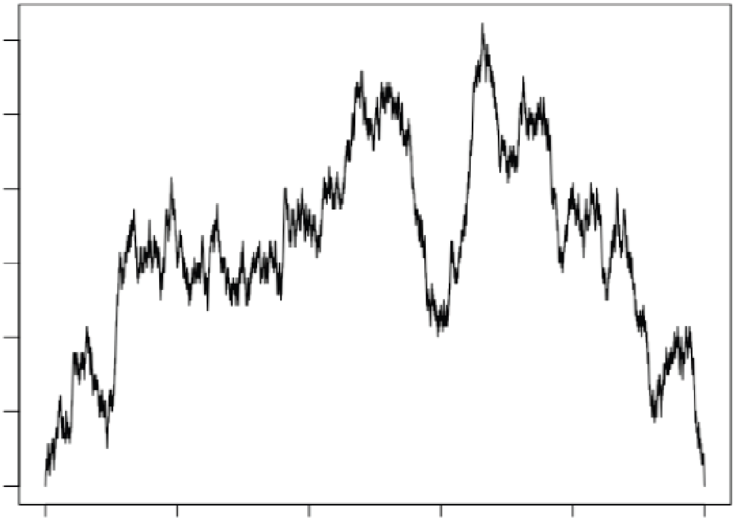
Galton-Watson $\rightarrow$ Difusión de Feller

$$X_t = X_0 + \int_0^t \sqrt{2\sigma^2} X_s \mathrm{d}B_s, \qquad t \geq 0.$$

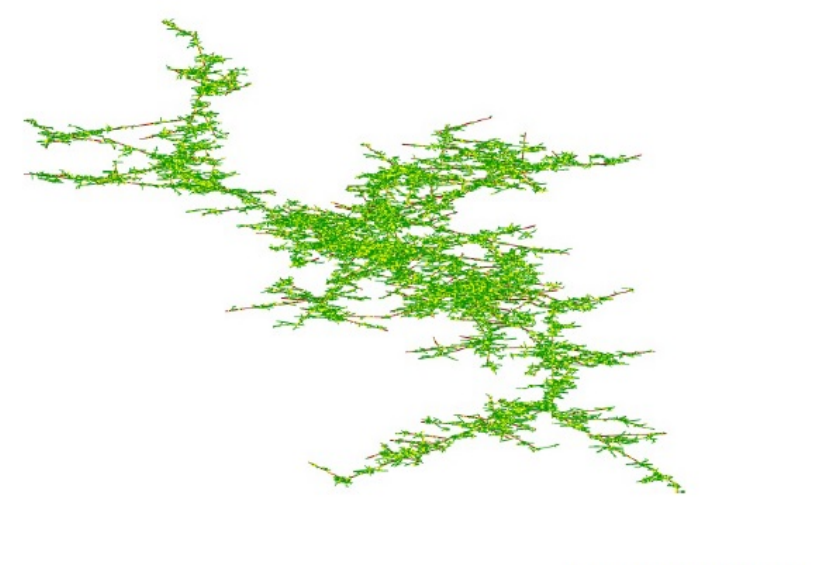
Función de altura $\rightarrow |B_t|, \; t \geq 0$, mov. browniano reflejado en 0.

El objeto límite es el Continuum Random Tree.

Excursión browniana normalizada



Continuum random tree



[Picture by Grégory Miermont]

Un análogo al Teorema de Donsker nos dice que si

$$\sum_{k\geq 0} k^2\mu(k) = \infty \qquad \text{y} \qquad \mu([k,\infty)) \sim \frac{1}{k^\alpha}, \quad k \to \infty,$$

y bajo un rescalamiento adecuado en tiempo y espacio, la caminata aleatoria S rescalada converge a un proceso de Lévy α-estable sin saltos negativos $X = (X_t, t \geq 0)$ de índice $\alpha \in (1,2)$.

Un análogo al Teorema de Donsker nos dice que si

$$\sum_{k\geq 0} k^2\mu(k) = \infty \qquad \text{y} \qquad \mu([k,\infty)) \sim \frac{1}{k^\alpha}, \quad k\to\infty,$$

y bajo un rescalamiento adecuado en tiempo y espacio, la caminata aleatoria S rescalada converge a un proceso de Lévy α-estable sin saltos negativos $X = (X_t, t\geq 0)$ de índice $\alpha \in (1,2)$.

Galton-Watson $\to$ CSBP α-estable

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t Y_s^{1/\alpha} \mathrm{d}X_s, \qquad t\geq 0.$$

Un análogo al Teorema de Donsker nos dice que si

$$\sum_{k\geq 0} k^2\mu(k) = \infty \qquad \text{y} \qquad \mu([k,\infty)) \sim \frac{1}{k^\alpha}, \quad k \to \infty,$$

y bajo un rescalamiento adecuado en tiempo y espacio, la caminata aleatoria S rescalada converge a un proceso de Lévy α-estable sin saltos negativos $X = (X_t, t \geq 0)$ de índice $\alpha \in (1,2)$.

Galton-Watson $\rightarrow$ CSBP α-estable

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t Y_s^{1/\alpha} \mathrm{d}X_s, \qquad t \geq 0.$$

Función de altura $\rightarrow |H_t|,\ t \geq 0$, función de altura del CSBP α-estable.

Un análogo al Teorema de Donsker nos dice que si

$$\sum_{k\geq 0} k^2\mu(k) = \infty \qquad \text{y} \qquad \mu([k,\infty)) \sim \frac{1}{k^\alpha}, \quad k \to \infty,$$

y bajo un rescalamiento adecuado en tiempo y espacio, la caminata aleatoria S rescalada converge a un proceso de Lévy α-estable sin saltos negativos $X = (X_t, t \geq 0)$ de índice $\alpha \in (1,2)$.

Galton-Watson $\to$ CSBP α-estable

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t Y_s^{1/\alpha} \mathrm{d}X_s, \qquad t \geq 0.$$

Función de altura $\to |H_t|,\ t \geq 0$, función de altura del CSBP α-estable.

El objeto límite es el árbol de Lévy α-estable.