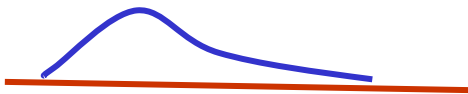




35 ANIVERSARIO

CONFIABILIDAD- Parte 2

Dr. Enrique Villa Diharce
CIMAT



**Verano de Probabilidad y Estadística
CIMAT**

Guanajuato, Gto. 6-10 de julio de 2015

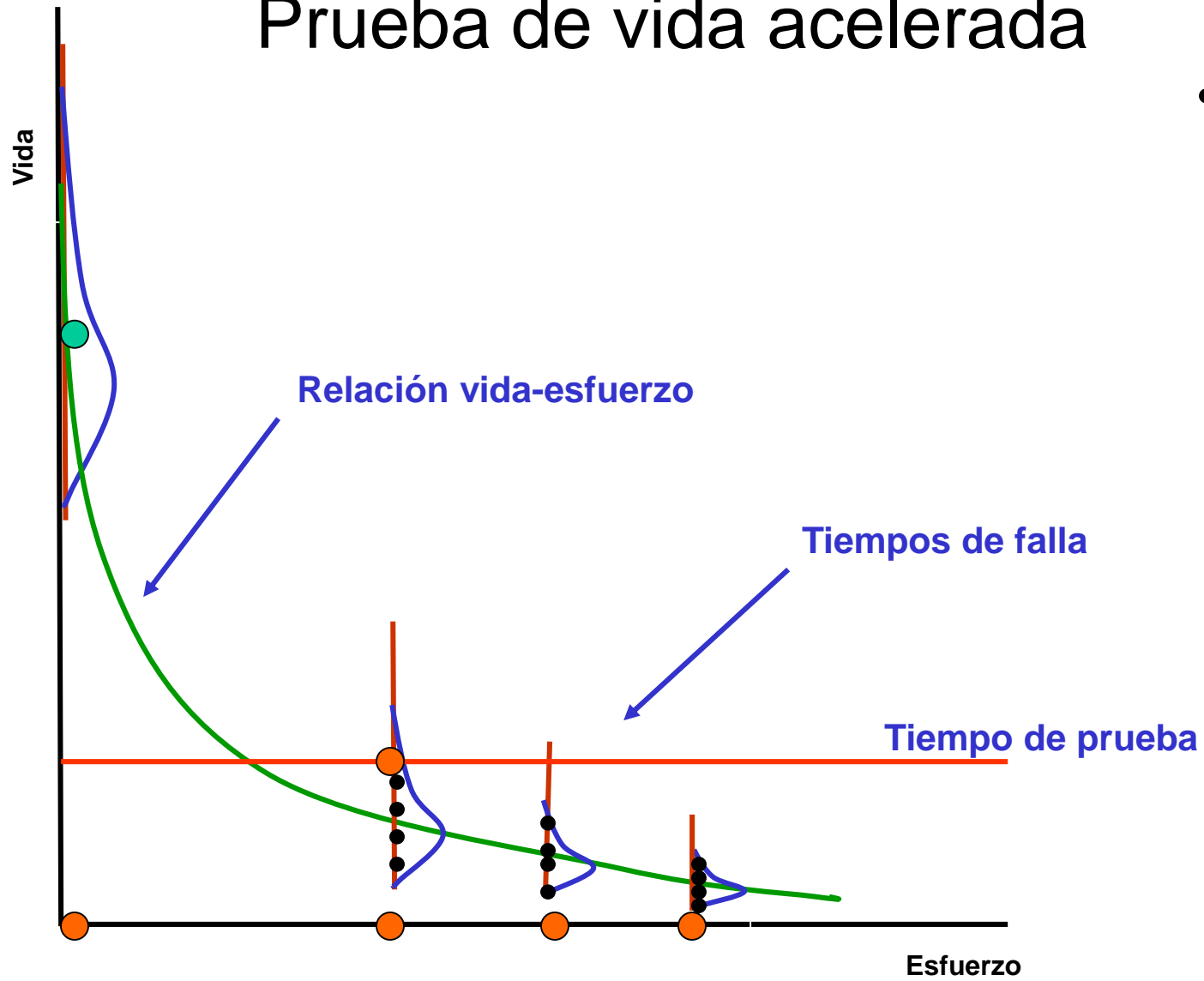
Pruebas de vida acelerada

Las pruebas de vida acelerada se utilizan para generar en un tiempo reducido tiempos a la falla, para poder estimar las cantidades de interés, en un problema de confiabilidad, como pueden ser, cuantiles, confiabilidades, tiempos medios a la falla, etc.

Para generar fallas de manera temprana, las unidades en prueba trabajan en condiciones de aceleración, esto es, una o mas condiciones ambientales se cambian para que la degradación de las unidades en prueba sea mayor a la usual.

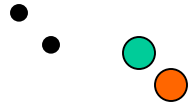
Esfuerzos de degradación comunes: temperatura, humedad, voltaje, carga, etc.

Prueba de vida acelerada



Condición de uso normal

Condición acelerada



Modelos de vida acelerada

Los modelos de vida acelerada tienen dos componentes:

Relación vida esfuerzo (Arrhenius, Potencia inversa, etc.)

Distribución de los tiempos a la falla (Distribuciones log-loc y esc.)

Distribuciones log-loc y esc.: Weibull, Lognormal, Loglogística

Distribución Weibull

$$f(t; \eta, \beta) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \right]$$

$$C(t; \eta, \beta) = \exp \left[- \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \right]$$

$\eta = t_{.632}$ = Vida característica

Modelos de vida acelerada

Relación vida esfuerzo tipo Arrhenius

$$\eta(T) = A \exp\left(\frac{E}{kT}\right) = A \exp\left(E \frac{1}{kT}\right) = A \exp\left(E \frac{11605}{T}\right)$$

Distribución Weibull

Densidad y confiabilidad, a un esfuerzo T:

$$f(t, T; A, E, \beta) = \frac{\beta}{\eta(T)} \left(\frac{t}{\eta(T)}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\eta(T)}\right)^\beta\right)$$

$$C(t, T; A, E, \beta) = \exp\left(-\left(\frac{t}{\eta(T)}\right)^\beta\right)$$

Modelos de vida acelerada

Modelo Arrhenius-Weibull

Relacion vida-esfuerzo tipo Arrhenius, distribución Weibull.

Modelo Arrhenius-Lognormal:

Relación vida-esfuerzo Arrhenius, distribución Lognormal.

Modelo Potencia-Weibull:

Relación vida-esfuerzo Potencia inversa, distribución Weibull

Modelo Potencia-Lognormal:

Relación vida-esfuerzo Potencia inversa, distribución Lognormal

Distribuciones log-localización y escala

T tiene una distribución tipo log-localización y escala si su logaritmo $Y=\ln(T)$ tiene distribución de localización y escala.

Distribución de T

Lognormal

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t} \phi\left(\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma}\right)$$

$$F(t) = \Phi\left(\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma}\right)$$

Distribución de $Y=\ln(T)$

Normal

$$g(y) = \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right)$$

$$G(t) = \Phi\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right)$$

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{z^2}{2}\right], \quad \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \phi(u) du$$

Distribuciones log-localización y escala

Distribución de T

Weibull

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t} \phi_G \left(\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma} \right)$$

$$F(t) = \Phi_G \left(\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma} \right)$$

$$\phi_G(z) = \exp[z - \exp(z)],$$

Distribución de Y=ln(T)

Gumbel

$$g(y) = \frac{1}{\sigma} \phi_G \left(\frac{y - \mu}{\sigma} \right)$$

$$G(t) = \Phi_G \left(\frac{y - \mu}{\sigma} \right)$$

$$\Phi_G(z) = 1 - \exp[-\exp(z)]$$

$$\mu = \log(\eta), \quad \sigma = 1/\beta$$

Modelos de vida acelerada

Verosimilitud:

$$L(\beta, A, E) = \prod_{SC} \frac{\beta}{\eta(t_i)} \left(\frac{t_i}{\eta(T_i)} \right)^{\beta-1} \prod_{CD} \exp \left(- \left(\frac{t_i}{\eta(T_i)} \right)^\beta \right)$$

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax} L(\beta, A, E)$$

Modelos de vida acelerada

Ejemplo. En una prueba de vida acelerada de un componente de un cierto tipo de motores, que usualmente trabaja a 130 centígrados, se pusieron en prueba cuatro lotes de motores, trabajando cada lote a temperaturas mayores a 130 centígrados.

En el lote menos acelerado (150), los motores no fallaron después de trabajar 8064 horas. En este lote todos los tiempos a la falla resultaron censurados.

En la siguiente tabla se muestran los tiempos a la falla y las censuras que resultaron en la prueba.

Interesa conocer

los cuantiles para $p=.01, .05, .10$

Las confiabilidades a los tiempos $t=5000, 10000, 20000, 30000$.

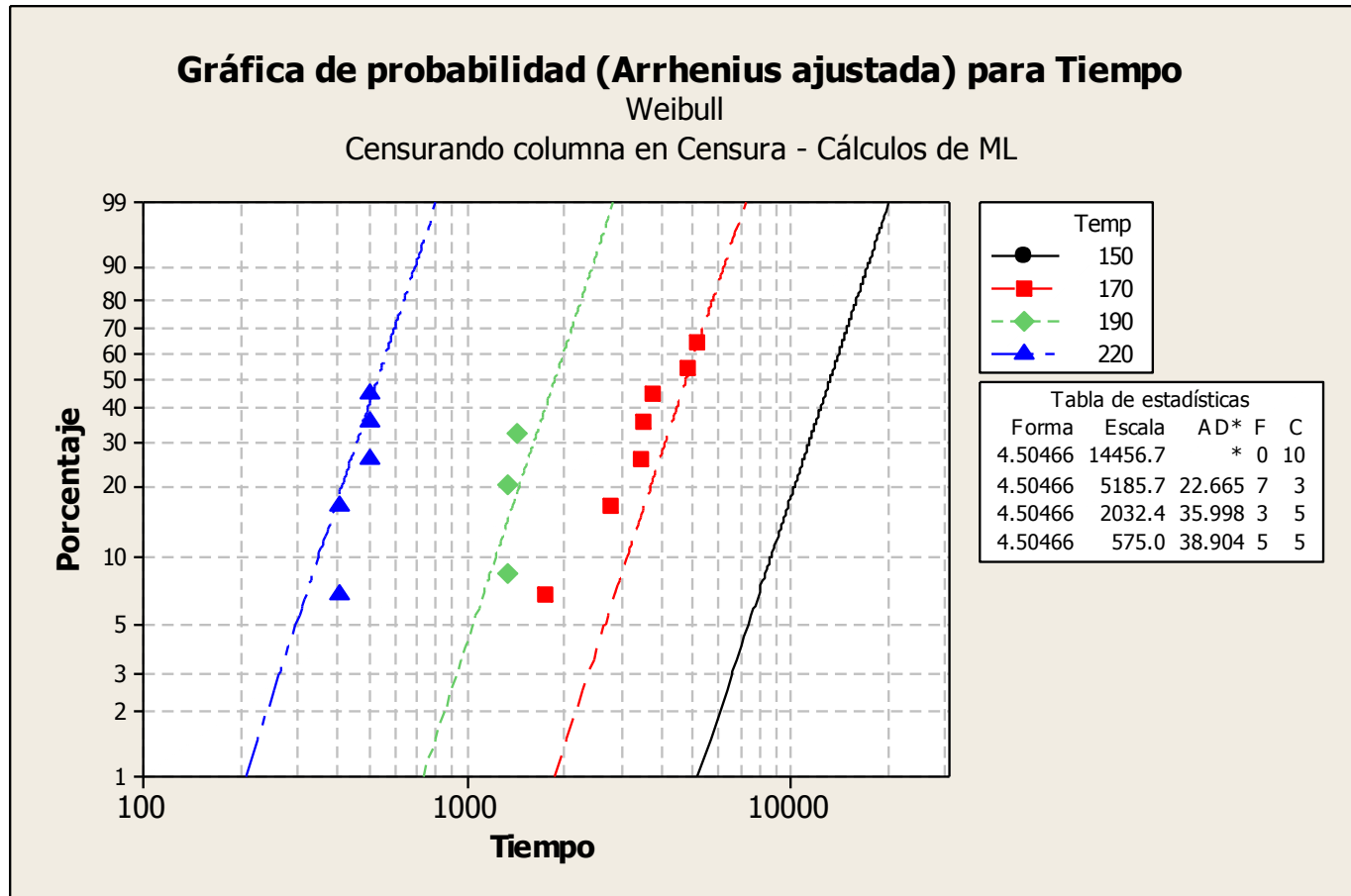
Modelos de vida acelerada

Datos:

	150°C	170°C	190°C	220°C
8064+		1764	408	408
8064+		2772	408	408
8064+		3444	1344	504
8064+		3542	1344	504
8064+		3780	1440	504
8064+		4860	1680+	528+
8064+		5196	1680+	528+
8064+		5448+	1680+	528+
8064+		5448+	1680+	528+
8064+		5448+	1680+	528+

Modelos de vida acelerada

Resultados:



Modelos de vida acelerada

Resultados:

Valor de censura: Censura = R-Censored

Método de cálculo: Máxima verosimilitud

Distribución: Weibull

Relación con variables aceleradoras: Arrhenius

Tabla de regresión

Predictor	Coef	Error estándar	Z	P	IC normal de 95.0%	
					Inferior	Superior
Intersección	-13.1384	1.12265	-11.70	0.000	-15.3387	-10.9381
Temp	0.828367	0.0447192	18.52	0.000	0.740719	0.916015
Forma	4.50466	0.932792			3.00194	6.75962

Log-verosimilitud = -124.892

Modelos de vida acelerada

Resultados:

Tabla de percentiles

Porcentaje	Temp	Percentil	Error estándar	IC normal de 95.0% Inferior	Superior
1	130	16069.5	4082.11	9767.22	26438.2
5	130	23075.2	4763.75	15396.4	34583.7
10	130	27073.5	5173.57	18615.9	39373.4

Tabla de probabilidades de supervivencia

Tiempo	Temp	Probabilidad	IC normal de 95.0% Inferior	Superior
5000	130	0.999948	0.996965	1.00000
10000	130	0.998814	0.977990	0.99994
20000	130	0.973428	0.823909	0.99626
30000	130	0.845950	0.428664	0.96750

Modelos de vida acelerada

Modelo Arrhenius-Weibull

Modelo de regresión lineal:

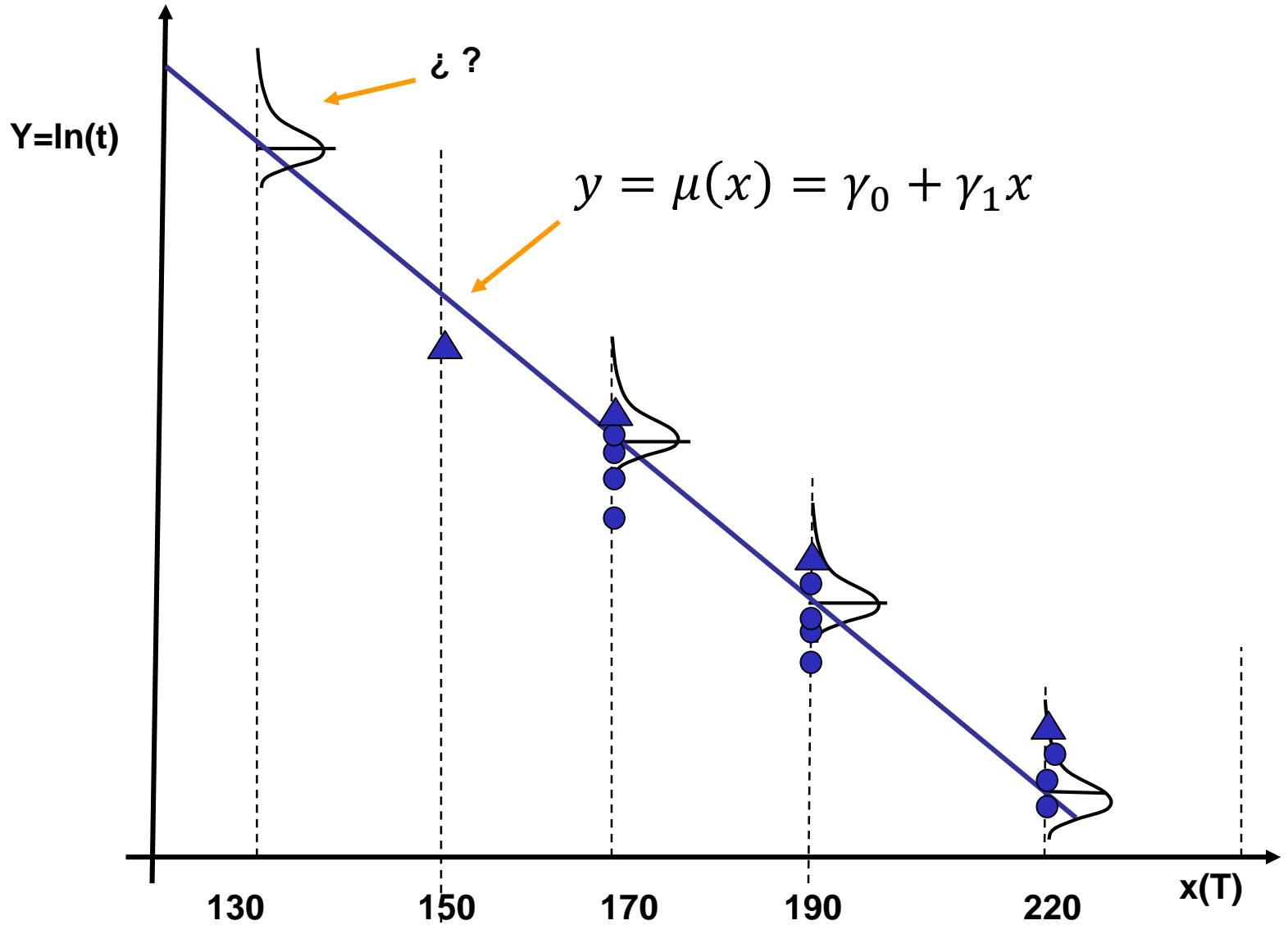
$$\ln(\eta(T)) = \ln(A) + E \left(\frac{11605}{T} \right)$$

$$y = \mu(x) + \varepsilon = \gamma_0 + \gamma_1 x + \varepsilon$$

$$y = \ln(t), \quad \mu(x) = \ln(\eta(T)), \quad x = \frac{11605}{T}, \quad \gamma_0 = \ln(A), \quad \gamma_1 = E$$

ε Tiene distribución Gumbel

Modelo de Exposición Acumulada Arrhenius – Weibull



Modelos de vida acelerada

Modelo Potencia-Weibull

Relación vida-esfuerzo

$$\eta(V) = \frac{V_0}{V^p} \qquad \eta(V) = \left(\frac{V_0}{V}\right)^p$$

Modelo de regresión lineal:

$$\ln(\eta(T)) = \ln(V_0) - p \ln(V)$$

$$\ln(\eta(T)) = \ln(V_0) + p \ln(1/V)$$

$$y = \mu(x) + \varepsilon = \gamma_0 + \gamma_1 x + \varepsilon$$

$$y = \ln(t), \quad \mu(x) = \ln(\eta(T)), \quad x = -\ln(V), \quad \gamma_0 = \ln(V_0), \quad \gamma_1 = p$$

ε Tiene distribución Gumbel

Gracias